



Автономная некоммерческая организация
высшего профессионального образования
«Смольный институт Российской академии образования»



Утверждаю
Ректор Смольного института
Г.М. Иманов Г.М. Иманов
«30» марта 2016 г.

ПРОГРАММА ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ

**по дисциплине «МАТЕМАТИКА»
для поступающих на 1-й курс
по результатам вступительных испытаний,
проводимых институтом самостоятельно**

**САНКТ-ПЕТЕРБУРГ
2016 год**

ПРОГРАММА ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ

Программа составлена на базе обязательного минимума содержания среднего (полного) общего образования и состоит из трех разделов. В первом разделе перечислены основные математические понятия, которыми должен владеть поступающий.

Второй раздел представляет собой перечень теоретических вопросов. При подготовке к экзамену целесообразно познакомиться с формулировками утверждений из этого раздела.

В третьем разделе указано, какие навыки и умения требуются от поступающего на экзамене.

Поступающий, может пользоваться всем арсеналом средств из этого курса, включая и начала анализа. Однако для решения экзаменационных задач достаточно владения теми понятиями и их свойствами, которые перечислены в настоящей программе. Объекты и факты, не изучаемые в общеобразовательной школе, также могут использоваться абитуриентом, но при условии, что он способен их пояснить и доказать.

Критерии оценки экзаменационных работ по математике

Экзаменационная работа по математике состоит из 10 заданий в тестовой форме. Результаты выполнения экзаменационной работы оцениваются по 100-балльной системе. Правильное решение тестового задания — 10 баллов. Максимальное количество баллов, выставляемых за экзаменационную работу - 100. Количество баллов, необходимое для получения положительной оценки - 30.

ПОРЯДОК ПРОВЕДЕНИЯ ВСТУПИТЕЛЬНЫХ ИСПЫТАНИЙ

В определенное расписанием время абитуриенты должны занять места в назначенной аудитории, для чего с собой необходимо иметь: паспорт, экзаменационный лист. После размещения всех допущенных к вступительным испытаниям представитель экзаменационной комиссии объясняет правила оформления ответа и раздает листы с экзаменационными заданиями. С этого момента начинается отсчет времени. Продолжительность вступительных 2 часа (120 минут). По окончании отведенного времени абитуриенты должны сдать листы ответа представителям экзаменационной комиссии и выйти из аудитории.

Примерный вариант

(правильный ответ выделен жирным шрифтом)

1. Сберегательный банк начисляет на срочный вклад 13% годовых. Вкладчик положил на счет 200 000 руб. Какая сумма будет на этом счете через год, если никаких операций со счетом проводиться не будет?

Варианты ответа:

1. **226 000** 2. 213 000 3. 200 000 4. 200 013

2. Найдите значение выражения $5^9 \cdot 6^{12} : 30^9$

Варианты ответа:

1. 1 2. 36 3. **216** 4. 2260

3. Найдите корни уравнения $(x-6)^2 = (7-x)^2$

Варианты ответа:

1. **6, 5** 2. нет решений 3. 6, 7 4. -7, -6

4. Найдите решение неравенства $5^{x-2} < 0,2$

Варианты ответа:

1. **$(-\infty, 1)$** 2. нет решений 3. $(-\infty, 0)$ 4. $(1, +\infty)$

5. В треугольнике ABC $\angle C=90^\circ$, $\cos B=0,6$. Найти $\cos A$.

Варианты ответа:

1. **0,8** 2. 0,6 3. 0 4. 0,4

6. В случайном эксперименте симметричную монету бросают 2 раза. Какова вероятность, того что орел выпадет два раза?

Варианты ответа:

1. **0,25** 2. 1 3. 0 4. 0,5

7. Найти значение выражения $\lg 20 + \lg 5$

Варианты ответа:

1. **2** 2. 1 3. 6 4. 9

8. Решить уравнение $\sin(x) = -1$

Варианты ответа:

1. $\pi/2 + \pi k, k \in \mathbb{Z}$ 2. **$-\pi/2 + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$** 3. $\pi k, k \in \mathbb{Z}$ 4. $2\pi k, k \in \mathbb{Z}$

9. В прямоугольном треугольнике катеты равны 9 и 12. Найти гипотенузу.

Варианты ответа:

1. **15** 2. 3 3. 21 4. 16

10. Решить неравенство $x(2-x) < 0$

Варианты ответа:

1. $(-\infty, 2)$ 2. $(-2, 0)$ 3. **$(-\infty, 0) \cup (2, +\infty)$** 4. $(0, 2)$

СОДЕРЖАНИЕ ПРОГРАММЫ

Основные математические понятия и факты.

Значений функции. Арифметика, алгебра и начала анализа. Натуральные числа (\mathbb{N}). Простые и составные числа. Делитель, кратное, наибольший общий делитель, наименьшее общее кратное. Признаки делимости на 2, 3, 5, 9, 10. Целые числа (\mathbb{Z}). Рациональные числа (\mathbb{Q}), их сложение, вычитание, умножение и деление. Сравнение рациональных чисел. Действительные числа (\mathbb{R}), их представление в виде десятичных дробей. Изображение чисел на прямой. Модуль действительного числа, его геометрический смысл. Числовые выражения. Выражения с переменными. Формулы сокращенного умножения. Степень с натуральным и рациональным показателем. Арифметический корень. Логарифмы и их свойства. Одночлен и многочлен. Многочлен с одной переменной. Корень многочлена на примере квадратного трехчлена. Понятие функции. Способы задания функции. Область определения. Множество значений функции. График функции. Возрастание и убывание функции; периодичность, четность, нечетность. Достаточное условие возрастания (убывания) функции на промежутке. Понятие экстремума функции. Необходимое условие экстремума функции (теорема Ферма). Достаточное условие экстремума. Наибольшее и наименьшее значение функции на промежутке. Определение и основные свойства функций: линейной $y=kx+b$, квадратичной $y=ax^2+bx+c$, степенной $y=ax^n$, показательной $y=a^x$, логарифмической $y=\log_a x$, тригонометрических функций: $y=\sin x$, $y=\cos x$, $y=\operatorname{tg} x$; арифметического корня $y=\sqrt{x}$. Уравнение. Корни уравнения. Понятие о равносильных уравнениях. Неравенства. Решения неравенства. Понятие о равносильных неравенствах. Система уравнений и неравенств. Решения системы. Арифметическая и геометрическая прогрессии. Формула n -го члена и суммы первых n членов арифметической прогрессии. Формула n -го члена и суммы первых n членов геометрической прогрессии. Синус и косинус суммы и разности двух аргументов (формулы). Преобразование в произведение сумм $\sin a \pm \sin b$, $\cos a \pm \cos b$. Определение

производной. Ее физический и геометрический смысл. Производные функций: $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \operatorname{tg} x$, $y = a^x$, $y = x^n$, $y = \log_a x$.

Геометрия.

Прямая, луч, отрезок, ломаная; длина отрезка. Угол, величина угла. Вертикальные и смежные углы. Окружность, круг. Параллельные прямые. Примеры преобразования фигур, виды симметрии. Преобразование подобия и его свойства. Векторы. Операции над векторами. Многоугольник, его вершины, стороны, диагонали. Треугольник. Его медиана, биссектриса, высота. Виды треугольников. Соотношения между сторонами и углами прямоугольного треугольника. Четырехугольник: параллелограмм, прямоугольник, ромб, квадрат, трапеция. Окружность и круг. Центр, хорда, диаметр, радиус. Касательная к окружности. Дуга окружности. Сектор. Центральные и вписанные углы. Формулы площади: треугольника, прямоугольника, параллелограмма, ромба, квадрата, трапеции. Длина окружности и длина дуги окружности. Радианная мера угла. Площадь, круга и площадь сектора. Подобие. Подобные фигуры. Отношение площадей подобных фигур. Плоскость. Параллельные и пересекающиеся плоскости. Параллельность прямой и плоскости. Угол прямой с плоскостью. Перпендикуляр к плоскости. Двугранные углы. Линейный угол двугранного угла. Перпендикулярность двух плоскостей. Многогранники. Их вершины, ребра, грани, диагонали. Прямая и наклонная призмы, пирамиды. Правильная призма и правильная пирамида. Параллелепипеды, их виды. Фигуры вращения: цилиндр, конус, сфера, шар. Центр, диаметр, радиус сферы и шара. Плоскость, касательная к сфере. Формула площади поверхности и объема призмы. Формула площади поверхности и объема пирамиды. Формула площади поверхности и объема цилиндра. Формула площади поверхности и объема конуса. Формула объема шара.

Формула площади сферы.

Основные формулы и теоремы.

Алгебра и начала анализа.

Свойства функции $y = kx + b$ и ее график.

Свойства функции $y = x^n$ и ее график.

Свойства функции $y = ax^2 + bx + c$ и ее график.

Формула корней квадратного уравнения. Разложение квадратного трехчлена на линейные множители. Свойства числовых неравенств. Логарифм произведения, степени, частного. Определение и свойства функций $y = \sin x$, $y = \cos x$ и их графики. Определение и свойства функции $y = \operatorname{tg} x$ и ее график. Решение уравнений вида $\sin x = a$, $\cos x = a$, $\operatorname{tg} x = a$. Формулы приведения. Зависимости между тригонометрическими функциями одного и того же аргумента. Тригонометрические функции двойного аргумента. Производная суммы двух функций.

Геометрия.

Свойства равнобедренного треугольника. Свойства точек, равноудаленных от концов отрезка. Признаки параллельности прямых. Сумма углов треугольника. Сумма внутренних углов выпуклого многоугольника. Признаки параллелограмма. Окружность, описанная около треугольника. Окружность, вписанная в треугольник. Касательная к окружности и ее свойство. Измерение угла, вписанного в окружность. Признаки подобия треугольников. Теорема Пифагора. Формулы площадей параллелограмма, треугольника, трапеции. Формула расстояния между двумя точками плоскости. Уравнение окружности. Признак параллельности прямой и плоскости. Признак параллельности плоскостей. Теорема о перпендикулярности прямой и плоскости. Перпендикулярность двух плоскостей. Теоремы о параллельности и перпендикулярности плоскостей. Теорема о трех перпендикулярах.

Требуемые умения и навыки.

Экзаменуемый должен уметь:

- производить арифметические действия над числами, заданными в виде обыкновенных и десятичных дробей; с требуемой точностью округлять данные числа и результаты вычислений; пользоваться калькуляторами или таблицами для вычислений;

- проводить тождественные преобразования многочленов, дробей, содержащих переменные, выражений, содержащих степенные, показательные, логарифмические и тригонометрические функции;
- строить графики линейной, квадратичной, степенной, показательной, логарифмической и тригонометрических функций;
- решать уравнения и неравенства первой и второй степени, уравнения и неравенства, приводящиеся к ним; решать системы уравнений и неравенств первой и второй степени и приводящиеся к ним. Сюда, в частности, относятся простейшие уравнения и неравенства, содержащие степенные, показательные, логарифмические и тригонометрические функции;
- решать задачи на составление уравнений и систем уравнений;
- изображать геометрические фигуры на чертеже и производить простейшие построения на плоскости;
- пользоваться понятием производной

ЛИТЕРАТУРА:

1. Алгебра и начала анализа: В 2 ч.: Ч. 1: Учебник для 10-11 кл. общеобразовательных учреждений. Мордкович А. Г. - Мнемозина, 2008.
2. Алгебра и начала анализа. Учебник для 10-11 кл. Алимов Ш.А. и др. - М.: Просвещение, 2007.
3. Колмогоров А.Н., Абрамов А.М., Дудницын Ю.П. и др. Алгебра и начало анализа. Учебник: 10-11 класс. Задачник для общеобразовательных учреждений. Издательство: М.: Просвещение, 2001-2011 год.
4. Алгебра и начала математического анализа. Учебник для 10-11 кл. Колмогоров А.Н. - М.: Просвещение, 2008.
5. Алгебра 9 класс. Учебник для 9 кл. Алимов. - М.: Просвещение, 2006.
6. Сборник конкурсных задач по математике (для поступающих в вузы)/В.М.Говоров, П.Т. Дыбов, Н.В.Мирошин, С.Ф.Смирнова - М., 2003.
7. Сборник задач по математике (для поступающих в вузы) /А.А.Рывкин, Е.Б. Ваховский, - М.: ОНИКС 21 век; Мир и Образование, 2003.
8. Математика: Учебное пособие для абитуриентов/Г.Г.Хамов, Т.А.Свенцицкая, Л.Н.Тимофеева - С-Пб., Изд. РГПУ им. А.И. Герцена, 2008.